# 令和８年度

# 愛媛大学理学部
# 第２年次編入学・転学部試験

## 専門科目　「数学」

令和７年１０月１８日

注意事項

(1) 問題は全部で４問あります．すべての問題を解いてください．

(2) 解答用紙は全部で４枚あり，各解答用紙には問題番号が記入されています．
解答は，指定された解答用紙に記入してください．やむを得ない場合は，解答用紙の裏を使用できます．ただし，裏を使用する場合は，その旨を解答用紙の表に明記してください．

(3) すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を記入してください．氏名は記入しないでください．

## 1

$\mathbb{R}$ を実数全体のなす集合, $\mathbb{R}^4$ を 4 次実列ベクトル全体のなす集合, $\boldsymbol{o} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4$ とする. $n$ 個のベクトル $\boldsymbol{v}_1, \ldots, \boldsymbol{v}_n \in \mathbb{R}^4$ が線形独立であることを, 以下が成り立つことと定義する：

$c_1, \ldots, c_n \in \mathbb{R}$ が $c_1\boldsymbol{v}_1 + \cdots + c_n\boldsymbol{v}_n = \boldsymbol{o}$ をみたすならば, $c_1 = \cdots = c_n = 0$ である.

以下の問いに答えよ.

(1) (i) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4$ は線形独立であることを示せ.

(ii) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4$ は線形独立でないことを示せ.

(2) $\boldsymbol{o}$ でない 2 個のベクトル $\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2 \in \mathbb{R}^4$ が線形独立でないためには, ある 0 でない $c \in \mathbb{R}$ に対して $\boldsymbol{v}_2 = c\boldsymbol{v}_1$ が成り立つことが必要十分であることを示せ.

(3) 5 個のベクトル $\boldsymbol{v}_1, \ldots, \boldsymbol{v}_5 \in \mathbb{R}^4$ で線形独立であるものは存在するか. 存在するならばその例をあげ, 存在しないならばそのことを示せ.

**2**

$\mathbb{R}$ を実数全体のなす集合とする. $\lambda \in \mathbb{R}$ および 3 次実列ベクトル $\boldsymbol{u}$ は, 3 次正方行列

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

に対して以下の関係をみたすとする：

$$A\boldsymbol{u} = \lambda \boldsymbol{u}$$

以下の問いに答えよ.

(1) (i) $a \in \mathbb{R}$ とする. $\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ a \end{bmatrix}$ であるとき, $\lambda$ および $a$ を求めよ.

(ii) $\lambda = 0$ のとき, $\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ であることを示せ.

(iii) $\lambda = 2$ のとき, $\boldsymbol{u}$ を求めよ.

(2) (i) ある $\mu \in \mathbb{R}$ に対して, $A^2\boldsymbol{u} = \mu\boldsymbol{u}$ をみたすことを示せ.

(ii) 任意の自然数 $n$ に対して $A^n\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}$ をみたす $\boldsymbol{u}$ (ただし $\boldsymbol{u} \neq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$) は存在するか. 存在するならばその例をあげ, 存在しないならばそのことを示せ.

**3**

$\theta$ を $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ を満たす実数とする．$xy$ 平面において 2 つの曲線

$$y = \cos\theta \sin x \ \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right), \quad y = \sin\theta \cos x \ \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

および $x$ 軸で囲まれた図形を $D$ とする．以下の問いに答えよ．

(1) $D$ の面積 $S$ を $\theta$ を用いて表せ．

(2) $D$ を $x$ 軸の周りに 1 回転して得られる立体の体積を $V$ とする．

(i) $V$ を $\theta$ を用いて表せ．

(ii) $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で $V$ の最大値を求めよ．

$\boxed{4}$

以下の問いに答えよ.

(1) $f(x) = \log(1+x) + \log(1-x) \quad (|x| < 1)$ とおく.

(i) 自然数 $n$ に対し, $f(x)$ の $n$ 次導関数 $f^{(n)}(x)$ を求めよ.

(ii) $f(x)$ のマクローリン展開 ($x = 0$ におけるテーラー展開) を求めよ. なお, 収束性の議論を行う必要はない.

(2) 広義積分 $\displaystyle\int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}(x+1)}$ を求めよ.