

令和 8 年度

愛媛大学理学部
第 2 年次編入学・転学部試験

専門科目 「数学」

令和 7 年 10 月 18 日

注意事項

- (1) 問題は全部で 4 問あります。すべての問題を解いてください。
- (2) 解答用紙は全部で 4 枚あり、各解答用紙には問題番号が記入されています。
解答は、指定された解答用紙に記入してください。やむを得ない場合は、解答用紙の裏を使用できます。ただし、裏を使用する場合は、その旨を解答用紙の表に明記してください。
- (3) すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を記入してください。氏名は記入しないでください。

$\mathbb{R}$ を実数全体のなす集合, $\mathbb{R}^4$ を 4 次元ベクトル全体のなす集合, $\mathbf{o} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4$ と

する. n 個のベクトル $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n \in \mathbb{R}^4$ が線形独立であることを, 以下が成り立つことと定義する:

$c_1, \dots, c_n \in \mathbb{R}$ が $c_1\mathbf{v}_1 + \dots + c_n\mathbf{v}_n = \mathbf{o}$ をみたすならば, $c_1 = \dots = c_n = 0$ である.

以下の問いに答えよ.

- (1) (i) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4$ は線形独立であることを示せ.
- (ii) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4$ は線形独立でないことを示せ.

- (2) $\mathbf{o}$ でない 2 個のベクトル $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2 \in \mathbb{R}^4$ が線形独立でないためには, ある $\mathbf{o}$ でない $c \in \mathbb{R}$ に対して $\mathbf{v}_2 = c\mathbf{v}_1$ が成り立つことが必要十分であることを示せ.
- (3) 5 個のベクトル $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_5 \in \mathbb{R}^4$ で線形独立であるものは存在するか. 存在するならばその例をあげ, 存在しないならばそのことを示せ.

$\mathbb{R}$ を実数全体のなす集合とする. $\lambda \in \mathbb{R}$ および 3 次元列ベクトル $\mathbf{u}$ は, 3 次正方行列

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

に対して以下の関係をみたすとする:

$$A\mathbf{u} = \lambda\mathbf{u}$$

以下の問いに答えよ.

(1) (i) $a \in \mathbb{R}$ とする. $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ a \end{bmatrix}$ であるとき, λ および a を求めよ.

(ii) $\lambda = 0$ のとき, $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ であることを示せ.

(iii) $\lambda = 2$ のとき, $\mathbf{u}$ を求めよ.

(2) (i) ある $\mu \in \mathbb{R}$ に対して, $A^2\mathbf{u} = \mu\mathbf{u}$ をみたすことを示せ.

(ii) 任意の自然数 n に対して $A^n\mathbf{u} = \mathbf{u}$ をみたす $\mathbf{u}$ (ただし $\mathbf{u} \neq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$) は存在するか. 存在するならばその例をあげ, 存在しないならばそのことを示せ.

θ を $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ を満たす実数とする. xy 平面において 2 つの曲線

$$y = \cos \theta \sin x \quad \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right), \quad y = \sin \theta \cos x \quad \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

および x 軸で囲まれた図形を D とする. 以下の問いに答えよ.

(1) D の面積 S を θ を用いて表せ.

(2) D を x 軸の周りに 1 回転して得られる立体の体積を V とする.

(i) V を θ を用いて表せ.

(ii) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲で V の最大値を求めよ.

以下の問いに答えよ.

(1) $f(x) = \log(1+x) + \log(1-x)$ ($|x| < 1$) とおく.

(i) 自然数 n に対し, $f(x)$ の n 次導関数 $f^{(n)}(x)$ を求めよ.

(ii) $f(x)$ のマクローリン展開 ($x=0$ におけるテーラー展開) を求めよ. なお, 収束性の議論を行う必要はない.

(2) 広義積分 $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}(x+1)}$ を求めよ.