

## 存否法による球共振スペクトルの解析と弾性・内部摩擦測定

Estimates of elasticity and internal friction by Sompi spectral analysis for resonant sphere spectroscopy

山本萌美・山本明彦・大野一郎

*Megumi Yamamoto, Akihiko Yamamoto, Ichiro Ohno*

愛媛大学工学研究科数理物質科学専攻

Department of Mathematics, Physics and Earth sciences, Graduate School of Science and Engineering, Ehime University, 2-5 Bunkyo-cho, Matsuyama 790-8577, Japan

### Abstract

The Resonant Sphere Technique (RST) is a powerful tool to measure elastic and anelastic properties of a solid sample. In RST, free oscillations of the sample are excited by impulsive input, and the output waveform data are acquired as a function of time. Generally, the resonant spectrum has been obtained by spectral analysis using Fast Fourier Transform (FFT) in which the degree of dissipation of the vibration energy (internal friction) is measured by the broadening of the resonance peaks. As is well known, attenuation properties (degree of dissipation) can not be determined by FFT itself and peak resolution depends on the data length and sampling frequency in FFT analysis. To reduce these difficulties, we introduced a new spectrum analysis technique called Sompi method (SOMPI), developed by Yamamoto et al. (1986) and Kumazawa et al. (1990), where predominant eigenvalues of frequency as well as eigenvalues of decay can be determined with a high degree of accuracy. We applied SOMPI to RST data and determined elastic moduli and internal friction. The results show that internal friction  $Q_{12}^{-1}$  of a single crystal MgO by SOMPI analysis demonstrates positive value although the present FFT analysis as well as previous works (Sumino et al., 1976; Oda et al., 1994) show negative values. This suggests that SOMPI analysis for RST is more effective than FFT technique especially for estimates of internal friction values.

Key words: Sompi method, RST, Elasticity, Internal friction, Periclase

### 1. はじめに

地球内部の構造や鉱物自体の構造特性を知るうえで、鉱物や岩石の弾性定数を測定することは重要である。また、弾性波が媒質を伝わる時、波線の広がりとは別に媒質自体が振動エネルギー

を吸収してしまう性質を内部摩擦といい、岩石や鉱物の内部摩擦を測定することも、地球の非弾性を測定するという意味で重要になってくる。この弾性定数や内部摩擦を測定するために様々な方法が開発されている。その一つに、球

共振法 (Fraser and LeCraw., 1964 ; Soga and Anderson., 1967) という方法がある。

球共振法とは、球状の試料を自由振動させ、その振幅の時系列データをスペクトル解析して固有振動数やスペクトルの半値幅を測定することで、試料の弾性定数や内部摩擦を求める方法である。球共振法は一つの試料で全ての弾性率が測定できるため、地球科学以外の分野においても利用されている。

球共振法で得られた時系列データから固有振動数を測定する際、共振法では主に高速フーリエ変換 (Fast Fourier Transform, FFT) が用いられている。しかし FFT は、波の減衰が考慮されおらず、また、ピーク位置の分解能はデータ長とサンプリング周波数に依存してしまう。そのため、共振時の中心振動数の位置がずれ、また正しい半値幅が測定出来ない場合がある。

存否法 (山本ほか, 1986 ; Kumazawa et al., 1991) は、減衰定数を高精度で求める事が可能であり、先ほど述べた FFT における問題点を排除出来る可能性がある。しかし、先行研究において存否法を用いてスペクトル解析を行い弾性定数や内部摩擦が測定された例は報告されていない。本研究では単結晶のペリクレーズを研究対象にし、FFT と存否法の 2 つの方法を用いて弾性定数と内部摩擦を測定し、比較・検討を行った。

## 2. 研究目的

本研究の目的は、以下の 3 項目である。

(1) 球共振法によって得られた振幅の時系列データを、高速フーリエ変換 (FFT) と存否法の

両方でスペクトル解析を行い、2 つの方法によって解析された固有振動数を比較する。また、得られたそれぞれの固有振動数から弾性定数を測定し、比較・検討する。

(2) 縮退が予想されるスペクトル位置での FFT と存否法の解析結果を比較・検討する。

(3) FFT 解析結果から測定した固有振動数とピークの半値幅から得られた内部摩擦と、存否法によって得られた波素 (初期振幅・周波数・初期位相・減衰定数) における減衰定数を用いて測定した内部摩擦の値を比較する。

## 3. 研究手法

### 3.1 実験方法

最初に、球状の試料を振動子に挟んで、パルス入力によって自由振動させて振幅の時系列データを測定する (Fig.1(a))。その際、試料を支える荷重を  $W$  とする (Fig.1(b))。対象とした試料は単結晶のペリクレーズ ( $MgO$ ) で、直径  $8.735 \pm 0.003 \text{ mm}$ 、密度  $3.590 \text{ g/cm}^3$  である。時系列データの測定は、P 波振動子と S 波振動子でそれぞれ行った。振動子の材質は、ニオブ酸リチウム ( $LiNbO_3$ ) となっている。データ長は  $2^{16}$  (= 65536)、サンプリング間隔は  $10^{-7}$  秒である。

### 3.2 存否法について

ここで、本研究で使用する存否法について紹介する。

存否法 (山本ほか, 1986 ; Kumazawa et al., 1990) は、1986 年に名古屋大学で開発されたスペクトル解析の手法の一つであり、高い分解能を持つ

ため、地球自由振動の解析などに多く利用されている（例えば Hori et al., 1989）。存否法によって、 $A_i$  (初期振幅)、 $g_i$  (減衰定数)、 $f_i$  (周波数)、 $\phi_i$  (初期位相) の4つの成分を決定することが出来る。波素は、この4つの成分で規定される波の単位を表す。信号 $u_k$  ( $-\infty < k < \infty$ ) を  $m$  個の波素で表現すると、次の式ようになる。

$$u_k = \sum_{i=1}^m A_i \exp(2\pi g_i \Delta t) \cos(2\pi f_i \Delta t + \phi_i)$$

また、 $m$  は自己回帰 (Autoregressive) 係数の次数 (AR オーダ) であり、AR オーダと波素の数は、

$$\text{波素の数} = (\text{AR オーダ} \times 1/2) + 1$$

の関係になっている。波素を導出する存否法の原理については、山本ほか (1986)、Kumazawa et al. (1990)を参照されたい。

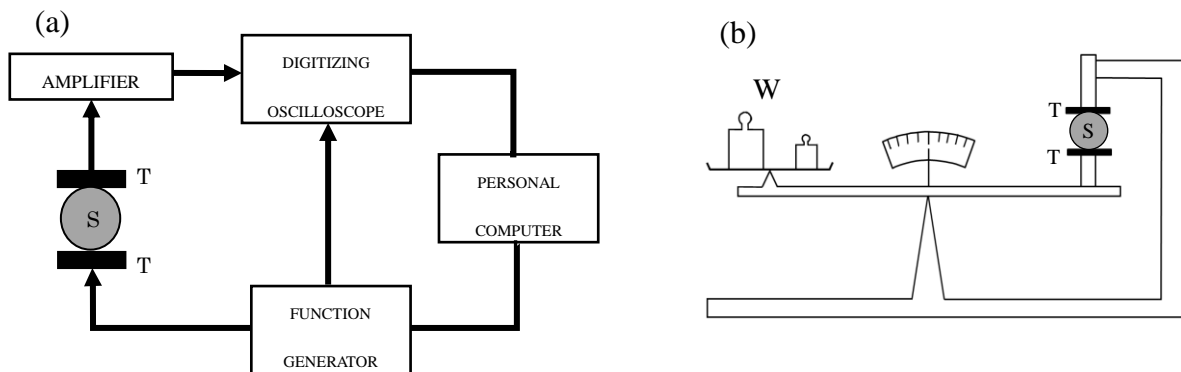
### 3.3 数値実験

前述のように存否法は、解析によって検出される波素の数が AR オーダに依存する。そのた

め、解析の前に AR オーダを先験的に決めておく必要がある。ある時系列データがあり、その中に含まれている波素の数がはじめから分かっている場合は、AR オーダを容易に決めることが出来る。しかし、実際に解析する時系列データの中に何本の波素が含まれているかは分からない場合が多い。そこで、実際に共振法によって得られた時系列データを存否法で解析する前に、最適な AR オーダを求めるため、数値実験を行った。

最初に球共振法によって得られた振幅の時系列データを AR オーダ 100~500 で解析する。得られた波素のうち、固有振動数と思われる波素 (入力した波素) を選出して合成し (Fig.2 (b),(c))、実際の時系列データをよく再現する合成波 (Fig.2 (a)) を作成する。選出した波素は、500~1600kHz のものに限定した。これは、1600kHz 以降では固有振動数が密集し、固有振動モードの同定が困難なためである。

合成波を存否法で AR オーダ 500~2000 の 100

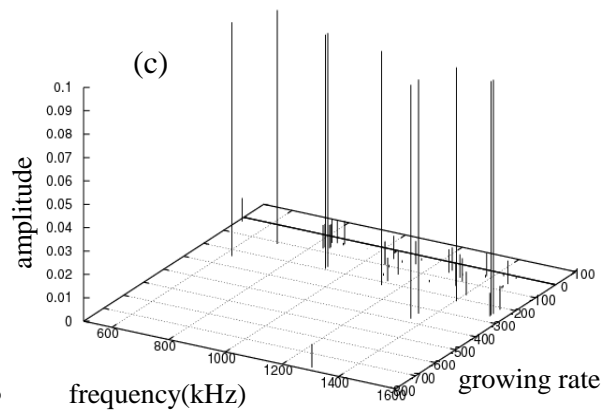
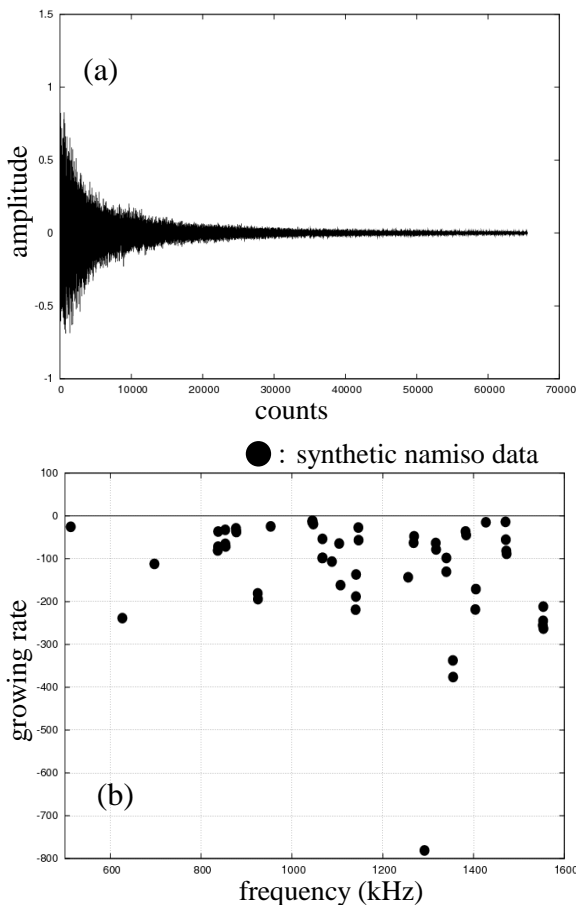


**Fig.1.** Block diagram of resonance sphere technique(RST). T and S are transducer and specimen respectively. (a)FT method: A sample is vibrated by pulse external force from transducer and time-series data of amplitude is measured. (b) Schematic illustration of a balance for measurements of spectrum against supporting force W applied to the specimen.

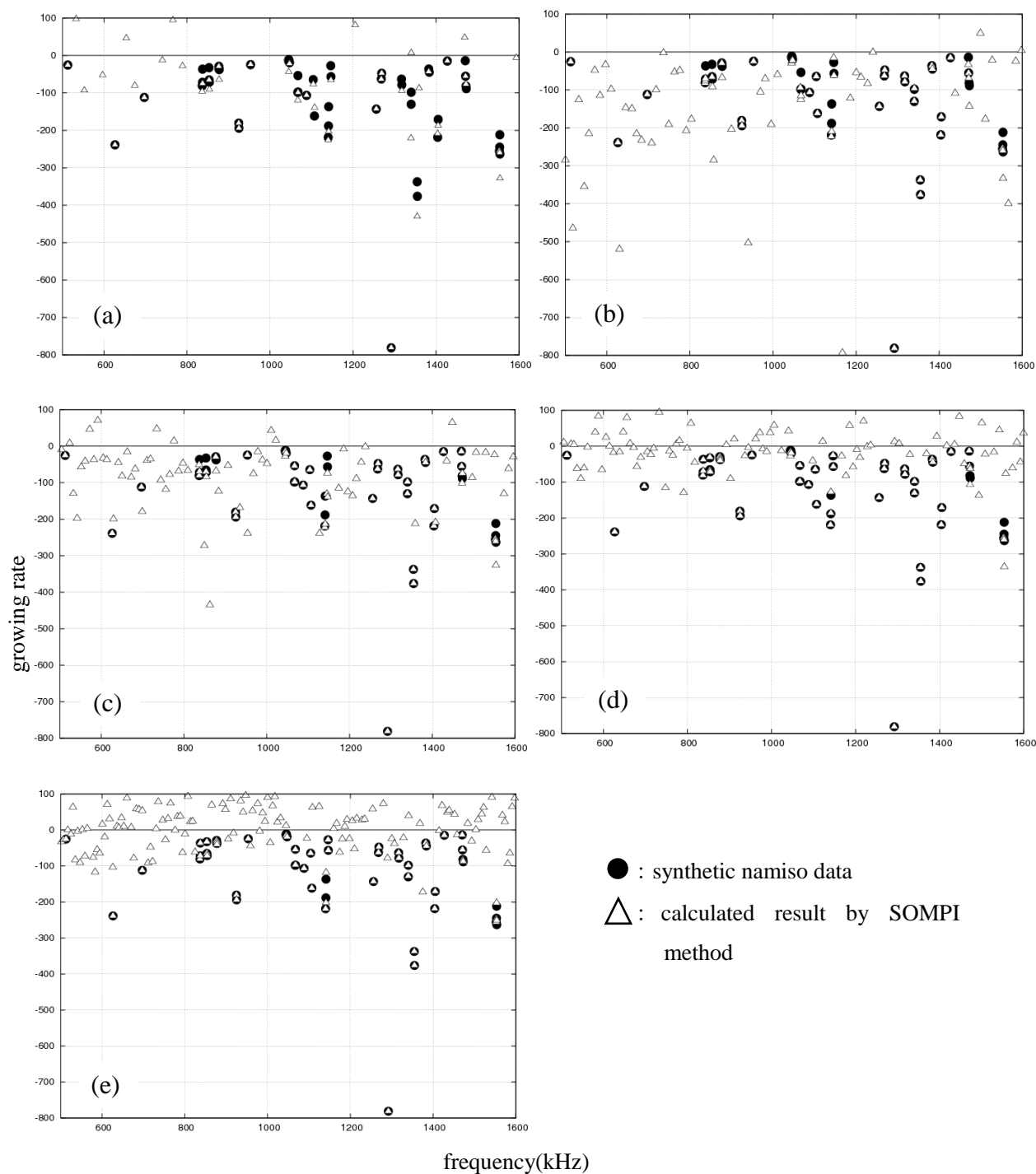
きざみで解析し、どの AR オーダで解析した結果が、入力した波素とよく一致しているかを比較した (Fig.3(a)~(e), Fig.4(a)~(e))。入力した波素と合成波の解析結果が一致するほど元の時系列データがよく再現されているということになる。

存否法解析結果を、横軸に周波数、縦軸に減衰定数をプロットした図 (Fig.3(b), f-g プロット図) で見ると、AR オーダ 500 や 800 では入力した波素と合成した波素はまだ完全に一致していないことがわかる。しかし、AR オーダ 1000~1200 あたりから存否法の解析によって、入力として与えた波素のほとんどが求まることが分かった (Fig.3(d),(e))。存否法はナイキスト周波数

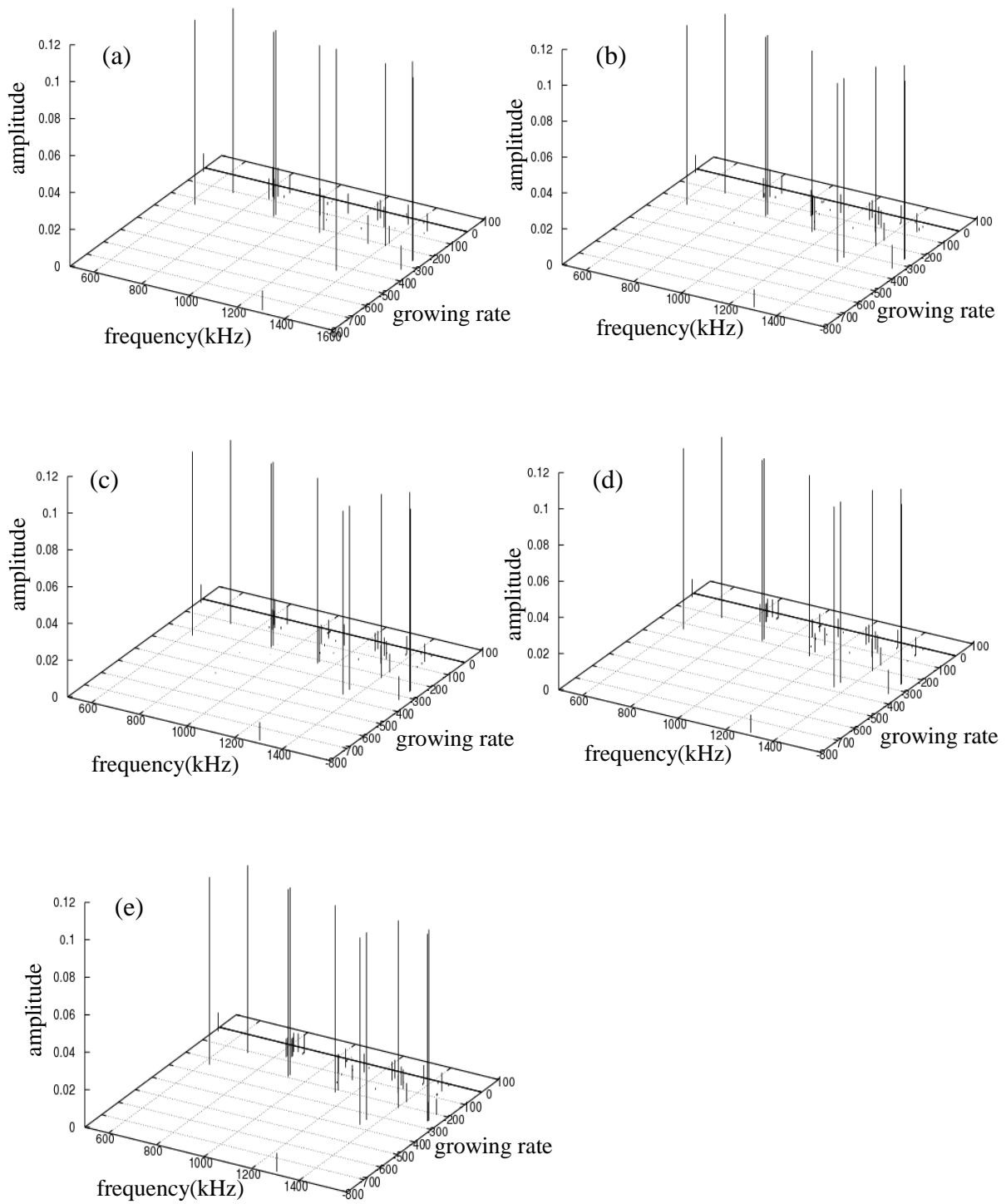
の範囲内で解析結果が算出されるが、AR オーダと波素の関係から、ノイズと思われる波も検出してしまふ。そのため、解析結果の周波数、減衰定数、初期振幅をプロットした図 (f-g-A プロット図) を見ると、信号である波は高い振幅を持つのに対し、ノイズと思われる波は振幅が低くなっていることが分かる (Fig.4)。また、AR オーダが 1200 以上の場合の存否法解析も行ったが、1200 の解析結果と比較しても大きな差は見られなかった (Fig.3 (e))。これらの結果より、本研究では球共振法による時系列データを AR オーダ 1200 として解析した。



**Fig.2.** (a) Synthesized waveform calculated by artificial namiso data (frequency, growing rate, initial amplitude and initial phase), (b) Frequency and growing rate (f-g) plot of namiso data, and (c) frequency, growing rate, amplitude (f-g-A) plot of namiso data.



**Fig.3.** The f-g plots of synthetic namiso data (closed circle) and results (open triangle) calculated by SOMPI from synthesized waveform (Fig.2a) for AR order of (a) 500, (b) 800, (c) 1000, (d) 1200 and (e) 1700. In these figures, if frequency and growing rate values calculated by SOMPI give close agreement with those of synthetic namiso data, open triangles (calculated) should be superimposed on closed circles (synthetic). Note that most of all the synthetic namiso values can be obtained by the SOMPI in the AR order of more than 1200.



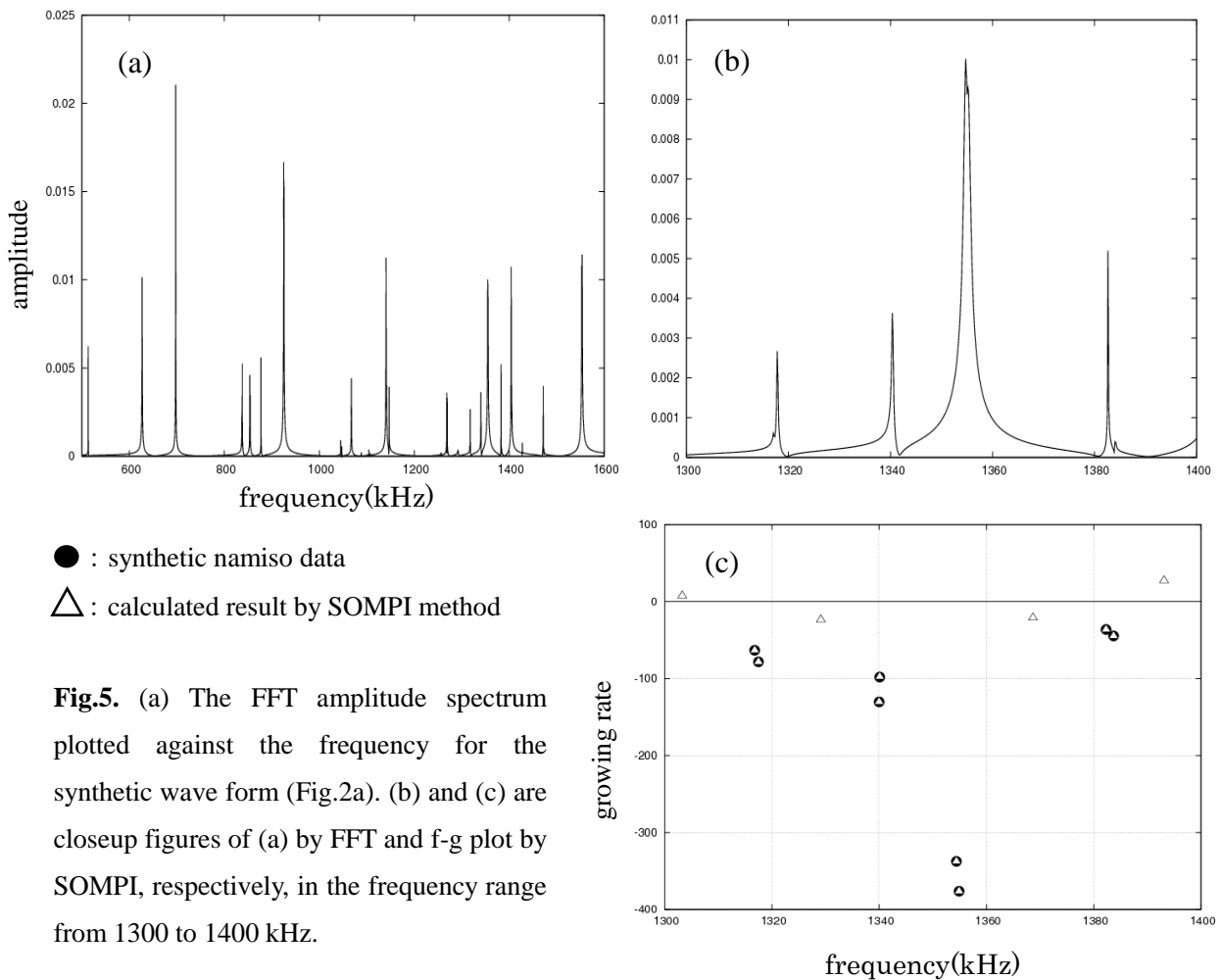
**Fig.4.** The f-g-A plots of results calculated by SOMPI from synthesized waveform (Fig.2a) for AR order of (a) 500, (b) 800, (c) 1000, (d) 1200 and (e) 1700. Note that initial amplitudes are large where frequency and gradient values of both synthetic namiso data and calculated results by SOMPI are in close agreement.

また、存否法と FFT の精度を比較するため、合成した波を FFT でも解析した。FFT 解析結果が Fig.5 である。FFT 解析結果と存否法解析結果の 1300~1400kHz を拡大すると、FFT では、周波数が同じだが減衰定数の異なる波はピークが明瞭に分離できず、検出は困難になっていることが分かる。この傾向は、例えば 1360kHz 付近のスペクトルで顕著である。存否法解析結果は、f-g プロット図を見ると、周波数は同じだが減衰定数の異なる波素も検出されている事が分かる。

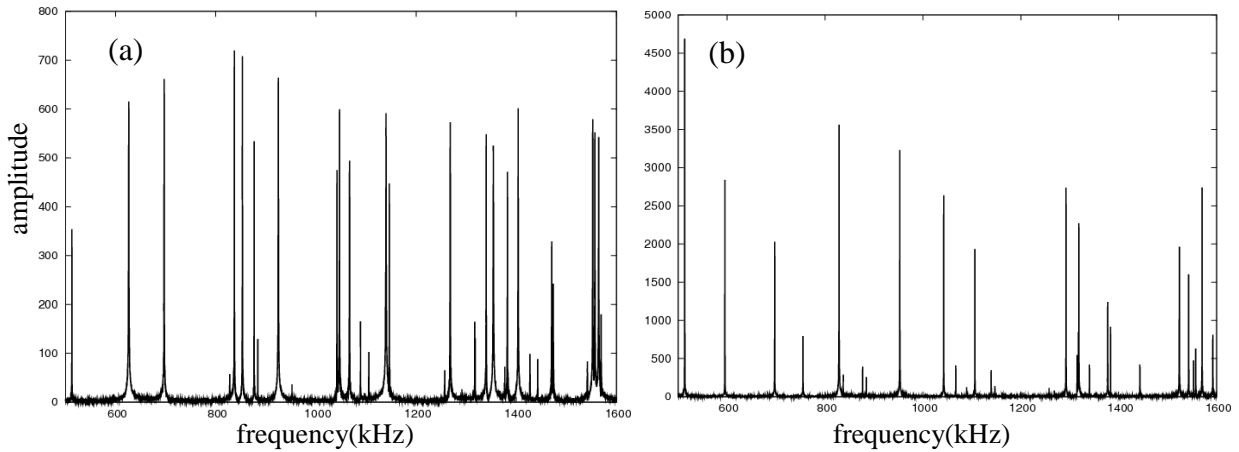
### 3.4 弾性定数の測定

FFT による結果を Fig.6、存否法による結果を Fig.7 に示す。解析結果から観測された固有振動数を  $f_o$ 、Jackson and Niesler (1982) の MgO 弾性定数を元にして計算された固有振動数を  $f_c$ 、弾性定数を  $C_{ij}$  とすると、2つの方法によって得られた固有振動数を使用し、最小二乗法 ((1)式) によってそれぞれの弾性定数を測定した。

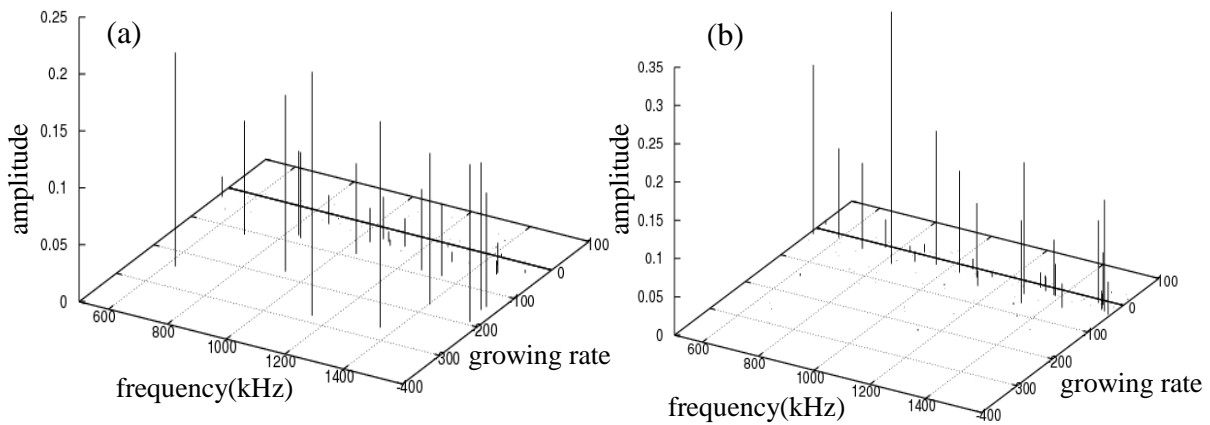
$$f_o - f_c = \sum_{ij} (\partial f / \partial C_{ij}) \Delta C_{ij} \quad (1)$$



**Fig.5.** (a) The FFT amplitude spectrum plotted against the frequency for the synthetic wave form (Fig.2a). (b) and (c) are closeup figures of (a) by FFT and f-g plot by SOMPI, respectively, in the frequency range from 1300 to 1400 kHz.



**Fig.6.** The FFT amplitude spectrum plotted against the frequency for RST time-series data where transducer of (a) P wave and (b) S wave are used, respectively.



**Fig.7.** The f-g-A plots of results calculated by SOMPI at AR order of 1200 for RST time-series data where transducer of (a) P wave and (b) S wave are used, respectively.

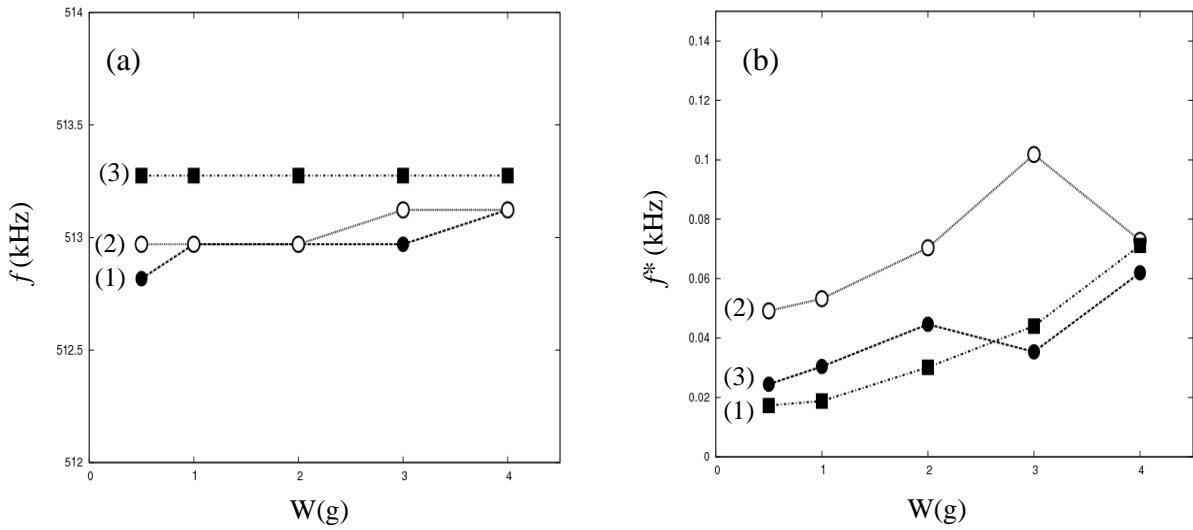
### 3.5 内部摩擦について

#### 3.5.1 FFTによる内部摩擦の測定方法

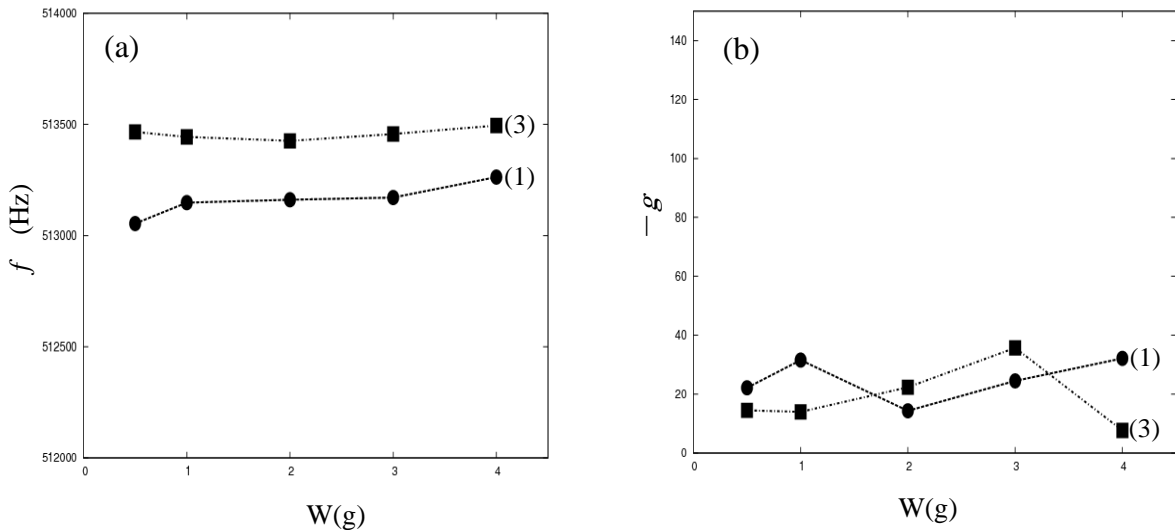
最初に、弾性定数を測定した時と同様にして球共振法によって振幅の時系列データを測定する。次に、FFTによってスペクトル解析し、解析結果から得られた各スペクトルの半値幅を測定する。半値幅とは、エネルギーピークが最大振幅の半分になる点での固有振動数からのずれの周波数である。この半値幅によって内部摩擦

が測定されるが、共振時の固有振動数と半値幅は実験時の荷重  $W$  により変化してしまう。そのため、実験を行う際に荷重を少しずつ減らして、実際では測定が不可能な荷重ゼロの状態 ( $W=0$  g) に出来るだけ近い値に外挿して時系列データを測定していく。時系列データは、荷重が 4 g、3 g、2 g、1 g、0.5 g の場合に測定し、試料の方向を変更して 5 回ずつ行った。振動子は





**Fig.8.** Plots of (a) resonance peak frequency and (b) half-width of the peak frequency of eigenfrequency mode B1u-1, by FFT method, against the different supporting forces applied to the specimen. Five runs are performed to estimate the effect of asphericity of an aspherical specimen. Note that extrapolated values of a resonance peak frequency and a half-width at  $W=0$  shown in (a) and (b) are slightly different among five runs.



**Fig 9.** Plot of (a) resonance peak frequency and (b) eigendecayrate of eigenfrequency mode B1u-1, by SOMPI method, against the different supporting forces applied to the specimen. Five runs are performed to estimate the effect of asphericity of an aspherical specimen. Note that extrapolated values of a resonance peak frequency and an eigendecayrate at  $W=0$  shown in (a) and (b) are slightly different among five runs.

S波振動子を使用した。これは、S波振動子を使用したデータの方が、ピークの数が多いためである。

各固有振動数の固有振動数と半値幅を、荷重が4g、3g、2g、1g、0.5gの場合に分けて測定し、W→0gに外挿していく (Fig. 8)。これは、W=0gの時に試料が真の自由振動をしているとされるためである。外挿は、二次曲線を用いて行った。

弾性定数を  $C_{ij}$ 、周波数を  $f$ 、内部摩擦を  $Q_{ij}^{-1}$ 、W→0に外挿した半値幅を  $f^*$  とすると、内部摩擦は式(2)から求められる (Sumino et al., 1976)。

$$A_{ij} = 2 \cdot (C_{ij}/f)(\partial f/\partial C_{ij})$$

$$A_{11}Q_{11}^{-1} + A_{12}Q_{12}^{-1} + A_{44}Q_{44}^{-1} = 2f^*/f_n \quad (2)$$

### 3.5.2 存否法による内部摩擦の測定

存否法で解析を行った場合は、固有振動数はFFTと同じようにW=0gの外挿値を使用するが、ピークの半値幅ではなく、減衰定数  $g$  を W→0 (Fig.9) に外挿した値を使用する。減衰定数  $g$  は、存否法によって求められる波素を構成するパラメータの一つで、波が増大している場合は正の値を示し、減衰している場合は負の値を示す。

(2) 式の右辺を、存否法によって求められた波素の減衰定数  $g$  を用いて

$$A_{11}Q_{11}^{-1} + A_{12}Q_{12}^{-1} + A_{44}Q_{44}^{-1} = -2g_n/f_n \quad (3)$$

として方程式を解く。これは、 $Q^1$  が式(4)によって表されるためである (Kumazawa et al., 1990)。

$$Q^{-1} = -2g/f \quad (4)$$

## 4. 結果

### 4.1 固有振動数と弾性定数の測定結果

FFT、存否法の2つの方法による解析の結果、FFTによる固有振動数や弾性定数は、存否法による固有振動数と弾性定数の結果に比べて大きな差は見られずお互いよく一致していた (Table. 1、2)。先行研究 (Oda et al., 1994, 鈴木ほか, 1989) と比較してみても、弾性定数はよく一致していることが分かる。観測された固有振動数と計算された固有振動数の差の標準偏差から見てもあまり大きな差はないが、FFT解析による固有振動数の方が、わずかだが計算された固有振動数に近くなっている。弾性定数の誤差を見ると、FFTで得られた弾性定数よりも存否法で得られた弾性定数の方が、少し誤差が大きく出ている。また、B1u-5はFFT、存否法ともに検出が出来なかった。

FFTの解析結果では、振幅が小さくて検出できなかった固有振動数 Ag-12が、存否法の解析結果では検出が可能となった。

### 4.2 縮退の結果

縮退しているスペクトルは、存否法による単一のARオーダの解析結果だけでは縮退の検出が難しい。そのため、ARオーダ500~2000の間で100きざみに解析した結果を重ねたf-gプロット図を作成し、FFT解析結果との比較を行った。Fig.10(a)がFFTの解析結果、(b)がf-gプロット図である。

**Table 1.** Computed and observed eigenfrequencies of MgO.

C : Computed frequency.       $\sigma$  : Standard deviation      OF : Eigenfrequency by FFT analysis.

Os : Eigenfrequency by Sompi analysis.      — : No data (Unresolvable peaks)

No.	mode	C (MHz)	OF (MHz)	OS (MHz)	OF-C(MHz)	OS-C(MHz)
1	B1u-1	0.51296	0.51282	0.51298	-0.00014	0.00002
2	Ag-2	0.51299	0.51328	0.51348	0.00029	0.00049
3	Au-2	0.59510	0.59537	0.59558	0.00027	0.00048
4	B1g-1	0.62540	0.62627	0.62638	0.00087	0.00098
5	B1u-2	0.69697	0.69707	0.69721	0.00010	0.00024
6	Ag-3	0.75468	0.75497	0.75513	0.00029	0.00045
7	B1g-2	0.82803	0.82822	0.82828	0.00019	0.00025
8	B1u-3	0.83708	0.83722	0.83740	0.00014	0.00032
9	Ag-4	0.85366	0.85332	0.85298	-0.00034	-0.00068
10	B1u-4	0.87646	0.87666	0.87682	0.00020	0.00036
11	B1g-3	0.88414	0.88422	0.88449	0.00008	0.00035
12	Au-3	0.92617	0.92496	0.92545	-0.00121	-0.00072
13	Ag-5	0.95242	0.95250	0.95341	0.00008	0.00099
14	B1u-5	1.04191	—	—	—	—
15	B1g-4	1.04220	1.04230	1.04243	0.00010	0.00023
16	Ag-7	1.04709	1.04726	1.04739	0.00017	0.00030
17	B1g-5	1.06731	1.06710	1.06730	-0.00021	-0.00001
18	Ag-9	1.08910	1.08914	1.08958	0.00004	0.00048
19	Au-5	1.10554	1.10585	1.10598	0.00031	0.00044
20	B1g-6	1.13895	1.13965	1.13982	0.00070	0.00087
21	B1u-6	1.14659	1.14667	1.14687	0.00008	0.00028
22	Au-6	1.20410	1.20450	1.20526	0.00040	0.00116
23	B1u-7	1.25732	1.25745	1.25766	0.00013	0.00034
24	B1u-8	1.26810	1.26828	1.26839	0.00018	0.00029
25	B1g-7	1.29165	1.29185	1.29173	0.00020	0.00008
26	Ag-11	1.31435	1.31444	1.31501	0.00009	0.00066
27	B1g-8	1.31659	1.31673	1.31777	0.00014	0.00118
28	B1u-9	1.31820	1.31810	1.31869	-0.00010	0.00049
29	Au-8	1.33972	1.34007	1.34020	0.00035	0.00048
30	B1u-10	1.35344	1.35396	1.35392	0.00052	0.00048
31	B1u-11	1.37730	1.37730	1.37675	0.00000	-0.00055
32	B1g-9	1.38239	1.38265	1.38315	0.00026	0.00076
33	B1u-12	1.40364	1.40393	1.40351	0.00029	-0.00013
34	Au-9	1.42763	1.42751	1.42737	-0.00012	-0.00026
35	B1g-10	1.44283	1.44299	1.44326	0.00016	0.00043
36	Ag-12	1.45291	—	1.45561	—	0.00270
37	Ag-14	1.47118	1.47122	1.47221	0.00004	0.00103
38	B1g-11	1.47408	1.47382	1.47442	-0.00026	0.00034
39	Au-10	1.52330	1.52387	1.52329	0.00057	-0.00001
40	B1u-13	1.54264	1.54240	1.54251	-0.00024	-0.00013
41	B1g-12	1.55229	1.55278	1.55290	0.00049	0.00061
42	B1g-13	1.55669	1.55705	1.55719	0.00036	0.00050

$\sigma = 0.00033$

$\sigma = 0.00057$

**Table 2.** Elastic moduli of Periclase(MgO).

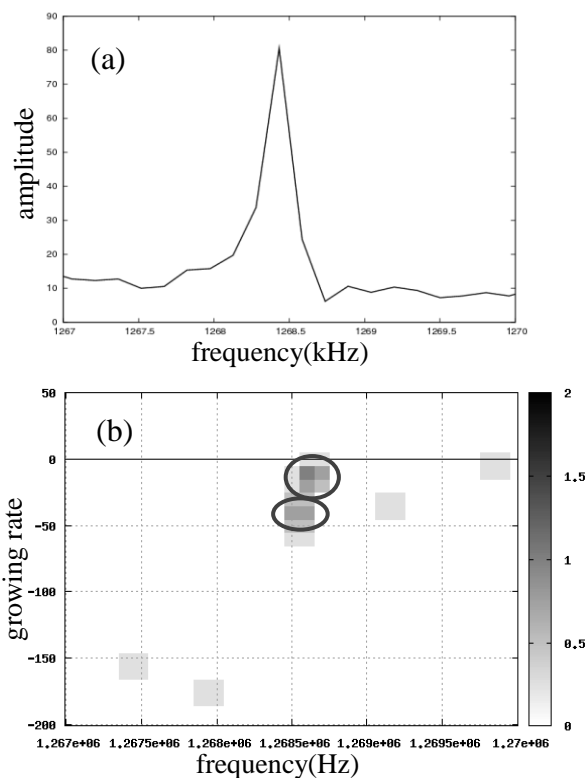
(1) Oda et al.,(1994) (2) Suzuki et al., 1989 (3) Present study (by FFT analysis) (4) Present study (by Sompi analysis) (GPa)

	(1)	(2)	(3)	(4)
$C_{11}$	296.15±0.13	296.18	296.68±0.06	296.73±0.14
$C_{12}$	95.35±0.12	95.38	95.18±0.06	95.01±0.14
$C_{44}$	155.89±0.05	155.89	155.93±0.02	155.96±0.05
K	162.28±0.12	162.31	162.35±0.05	162.25±0.11
$C_s$	100.40±0.04	100.40	100.75±0.06	100.86±0.13

色の濃くなっている部分ほどスペクトルの存在密度が大きいので、信号（固有振動数）である可能性が高いことを示している。

FFT 解析結果では単一のものとして観察されたスペクトルのピーク B1u-8 がある。これを存否法解析結果の f-g プロット図で見ると、密度の高い部分が 2 箇所観察出来る。この 2 箇所は、

周波数はほとんど変わらないが、減衰定数が異なることを示している。f-g-A 図 (Fig.10(c)) を見ても、間隔は狭いが振幅の高いスペクトルが 2 箇所集中していることが分かる。FFT でははっきりとは見ることの出来なかった縮退が、存否法によって顕著に観察出来るようになったと考えられる。この他にも FFT では単一のもの



**Fig 10.** (a) Resonance spectrum by FFT, (b) f-g plot by SOMPI and (c) f-g-A plot by SOMI are shown for eigen values of frequency mode Blu-8 in the same range of frequency. SOMPI results with AR orders ranging from 500 to 2000 with the increment of 100 are superimposed. Note that the Blu-8 mode in f-g and f-g-A plots shows the typical two-fold splitting of resonance peaks, although FFT result in (a) shows a single peak.

として観察されたスペクトルのピークが、存否法では明瞭に観察出来る場合があった。このようなケースは、周波数は同じだが減衰定数の異なるスペクトルに対して見られた。

### 4.3 内部摩擦の推定結果

内部摩擦の測定に使用した、外挿した固有振動数、半値幅、減衰定数が Table. 3、FFT および存否法の解析結果から算出した内部摩擦の結果が表 4 である。先行研究 (Sumino et al., 1976 ; Oda et al., 1994) の内部摩擦の値は全て CW 法を用いた結果によって算出されたものである。内部摩擦推定結果を比較すると、存否法によって

解析された値は、本研究の FFT 解析結果によって得られた値とは Table. 4 (4)、(5)に見られるように異なる値を示した。先行研究の内部摩擦と比較しても、全く異なる値を示していることが分かる。特に大きな差が見られたのは  $Q_{12}^{-1}$  である。本研究の FFT や先行研究の  $Q_{12}^{-1}$  は負の値となっているが、存否法では  $Q_{12}^{-1}$  が正の値となっている。内部摩擦とは、固体に応力を加えたときに生じる定量的なひずみの遅れ（位相のずれ）とされているため、内部摩擦が負の値になるということは応力よりもひずみが先行しているという事になる。このため負の値は有り得ないはずである。内部摩擦の誤差を見ると、本研

mode	FFT		Sompi method	
	f (MHz)	half-width:f*(kHz)	f (MHz)	eigen value of growing rate:g
Ag-1	0.513046	0.0219	0.513490	0.0112
Au-1	0.595245	0.0271	0.595493	0.0202
B1g-2	0.828217	0.0309	0.828333	0.0127
B1g-3	0.884483	0.0388	0.884671	0.0078
Ag-5	—	—	0.952447	0.0286
B1g-5	—	—	1.067260	0.0057
Au-4	1.105685	0.0346	—	—
B1u-6	—	—	1.146810	0.0107
B1u-9	1.318080	0.0566	—	—
B1u-11	1.377170	0.0056	—	—
Au-9	1.427582	0.0405	1.427560	0.0180
B1g-10	1.443146	0.0314	—	—
B1u-13	1.542685	0.0275	1.542580	0.0129
B1g-14	—	—	1.653830	0.0253
B1u-17	1.666050	0.0569	—	—
Au-14	1.677320	0.0424	—	—
B1g-18	1.835750	0.0552	—	—
B1g-21	1.894958	0.0185	—	—
B1g-24	—	—	1.967790	0.0046

**Table 3** Comparison of the half-widths and eigendecayrates of MgO by FFT analysis, with those by SOMPI method. Modes indicated by “—” are not used in calculations of internal friction.

**Table 4.** Internal friction( $\times 10^{-4}$ ) of single-crystal MgO. (1) and (2)Sumino et al.(1976) (3) Oda et al.(1994) (4)Present study(FFT) (5)Present study(Sompi method)

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$Q_{11}^{-1}$	0.23±0.61	0.52±0.74	0.32±0.07	0.29±0.37	0.26±0.26
$Q_{12}^{-1}$	-0.35±1.79	-0.79±2.15	-0.11±0.22	-0.46±1.15	0.05±0.85
$Q_{44}^{-1}$	1.87±0.16	2.92±0.21	0.24±0.05	0.65±0.20	0.26±0.16
$Q_K^{-1}$	0.0	0.0	0.15±0.13	-0.00±0.66	0.18±0.49
$Q_S^{-1}$	0.51±0.14	1.15±0.18	0.53±0.06	0.64±0.20	0.36±0.16

究の FFT 結果に比べ、存否法の結果の方が小さくなっていることが分かる。先行研究の値と比較しても、あまり大きくない。測定結果では  $Q_{44}^{-1}$  が一番大きな値を示しているが、存否法では  $Q_S^{-1}$  が一番大きくなっている。

## 5. 議論

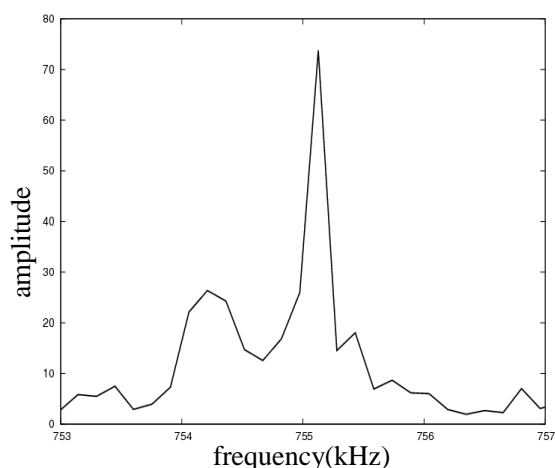
固有振動数や弾性定数の値は、FFT と存否法では大きな差はみられなかった。観測された固有振動数と固有振動数の計算値の差の標準偏差を見ると、FFT 解析結果の方が計算値に近い値をしている。その上、弾性定数の誤差も FFT 解析結果を用いたものの方が、誤差が小さい。しかしこの誤差の違いはわずかなものであり、先行研究の値と比較しても大きな誤差ではないことが分かる。固有振動数の計算値は試料が真球で均質なものを想定して計算されているが、観測される試料の固有振動数は、試料が球対称でない場合や試料内部の不均質によって固有振動数の計算値から大きく外れたり、縮退が発生する。また、FFT でも存否法でも、スペクトルが縮退している場合、どのスペクトルを固有振動数として扱って弾性定数を測定するかによって結果は異なると考えられる。本研究の解析結果

から FFT 解析結果の固有振動数と存否法解析結果の固有振動数のどちらが正確な値を示しているのかは、これらの解析結果だけでは判断が出来なかった。

固有振動数の検出については、FFT では検出されなかった固有振動数が、存否法では検出が可能であった。FFT と存否法の固有振動数の振幅を見ると、FFT では振幅が小さい固有振動数が、存否法では大きく出る場合があった。縮退については、Fig10(a),(b)から、FFT は縮退していないスペクトルが存否法では縮退が観察出来る場合があった。これらの事から、FFT よりも存否法の方が高い検出能力を持っていることが分かる。また FFT では、同一周波数で減衰定数の異なる複数のスペクトルを検出することは原理的に出来ない。FFT では固有振動として扱っていたスペクトルが、縮退したスペクトルの一つであったという可能性も考えられる。

先行研究や FFT 解析結果を用いて測定した内部摩擦と、存否法解析結果を用いて測定した内部摩擦の値が異なる原因は、大きく分けて次の3つが考えられる。

(1) FFT は波の増大・減衰が考えられていないが、存否法は波の増大・減衰が考慮されてい

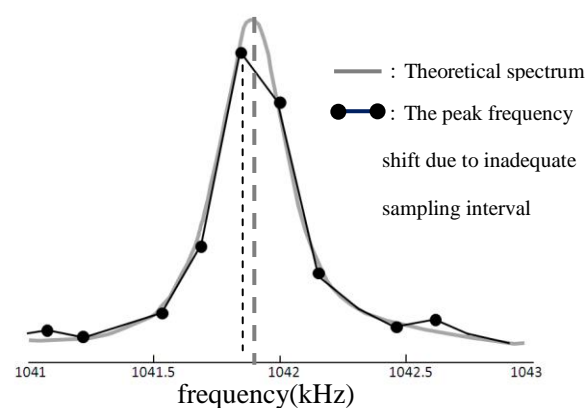


**Fig 11.** Example of resonance spectrum for eigenfrequency mode Ag-3, demonstrating that it is difficult to measure the accurate half-width due to peak splitting.

る。内部摩擦は弾性波の減衰の程度とも考えられるので、波の減衰が考慮されていないFFTの解析結果を使うよりも、存否法の解析結果から求められた減衰定数から内部摩擦を測定した方が正確な内部摩擦が推定できると考えられる。また、FFTは存否法と違って同一周波数で減衰定数が異なる波は検出が原理的に不可能であるため、FFTでは一つのピークとして観察されても、減衰定数の異なるピークが存在する可能性がある。

(2) FFTのスペクトルのなかにはFig. 11のように縮退しているものもあるため、その場合は半値幅を測定する際に、縮退しているスペクトルの影響で正確な回帰曲線が引けず、正しい半値幅の測定が困難となっている可能性がある。

(3) FFTは、スペクトルを計算する周波数の間隔が標本化定理によって原理的に決まっし



**Fig 12.** Example of resonance spectrum for eigen values of frequency mode Blg-4, demonstrating the peak frequency shift due to sampling interval (frequency). FFT spectrum (black line) with sampling points (closed circles) shows spurious peak frequency (dotted line), whereas theoretical spectrum (gray line) gives the true peak frequency (broken line).

まう。そのため、ひとつの周波数間隔の間にスペクトルのピークが入ってしまった場合、中心振動数がずれて正しい固有振動数が観測出来ない場合があると考えられる (Fig. 12)。ただし、今回使用した時系列データよりもサンプリング間隔を短くし、データ長を長くすれば、この問題はいくらか改善出来る可能性はあると思われる。

先行研究や本研究のFFTにおける内部摩擦のうち、 $Q_{12}^{-1}$ は全て負の値を示している。しかしこれは、波が増大しているという事を表しており、力学的エネルギーの保存則に反している。一般的には自由振動は減衰波動なので、内部摩擦が負の値であるとは考えにくい。また、本研究ではFFTよりも存否法の方が誤差が小さい。共振法のスペクトル解析に存否法を用いることによって、より正確な内部摩擦を測定できる可

能性がある。

## 6. まとめ

本研究によって以下の3項目が明らかになった。

(1) 固有振動数と弾性定数の解析結果は、FFTと存否法ではあまり変わらなかったが、どちらの固有振動数が正しいかは検討する必要がある。

(2) 固有振動数と縮退の検出はFFTよりも存否法の方が、精度が高い。特に同一周波数で減衰定数の異なる波は、存否法の方が検出が可能となった。

(3) 球共振法の時系列データの解析に存否法を用いることによって、今までFFT解析結果の半値幅から測定されていた内部摩擦よりも正確な値を測定出来る可能性がある。その根拠は、以下の通りである。

- FFTは減衰の概念がないが、存否法は減衰・増大が考慮されている。
- 本研究ではFFTのサンプリング周波数が広いいため、正確な中心振動数の値が変化する場合が考えられる。
- 存否法の解析結果は、FFTと違って縮退したスペクトルの影響を受けていない。

## 謝辞

本研究を進めるにあたり、亀山真典愛媛大学准教授と西原遊愛媛大学上級研究員には詳細な査読をして頂き、原稿を改訂する上で大変有益かつ貴重な意見を頂きました。また、研究室の高岡沙央里さん、新里武之さん、益田智仁さん、

田中公理さん、江戸巽さん、湊美智子さん、山口桐奈さんには、日常の議論を通じて多くの示唆を頂きました。以上の方々に記して感謝します。

## 参考文献

秋本俊一・水谷仁, 地球科学2 地球の物質科学 I - 高压高温の世界 - 岩波書店 1982

Fraser, D. B., and R. C. LeCraw, Novel method of measuring elastic and anelastic properties of solids, Rev. Sci. Instrum., 35, 1113-1115, 1964.

Hori, S., Y. Fukao, M. Kumazawa, M. Furumoto, and A. Yamamoto, A new method of spectral analysis and its application to the Earth's free oscillations: The "Sompi" Method, Journal of Geophysical Research, Vol.94, No. B6, 7535-7553. 1989

Kumazawa, M., Y. Imanishi, Y. Fukao, M. Furumoto and A. Yamamoto, A theory of spectral analysis based on the characteristic property of a linear dynamics system, Geophys. J. Int. 101, 613-630, 1991

Oda, H., S. Isoda, Y. Inouye, and I. Suzuki, Elastic constants and anelastic properties of an anisotropic periclase sphere as determined by the resonant sphere technique, Journal of Geophysical Research, Vol.99, No. B8, 517-527. 1994

Soga, N and O. L. Anderson, Elastic properties of tektites measured by resonant sphere technique, Journal of Geophysical Research. Vol.72, No.6, 1733-1739. 1967



Sumino, Y., I. Ohno, T. Goto, and M. Kumazawa,  
Measurement of elastic constants and internal  
friction of single-crystal MgO by rectangular  
parallelepiped resonance, *J. Phys. Earth*, 24,  
263-273. 1976

鈴木功・井上靖・平尾淳一・小田仁・斎藤俊明・  
瀬谷清, 球共振法による鉱物の弾性率と非  
弾性率の測定—カンラン石の場合—, *地震  
第 45 卷* 213—228, 1992

鈴木功・井上靖・小田仁・瀬谷清, 球共振法よ  
る異方性物質の弾性率の測定—その 4. MgO 単  
結晶の内部摩擦  $Q^{-1}$ —, *地震学会講演予稿集*,  
No.2,219. 1989,

宇津徳治, *地震学* (第 3 版), 共立出版株式会  
社, 2005

山本明彦・熊沢峰夫・深尾良夫・古本宗充・水  
谷仁, 存否 (そんぴ) 法によるスペクトル解  
析, *名古屋大学大型計算機センター セン  
ターニュース* Vol.17, No.3, 1986